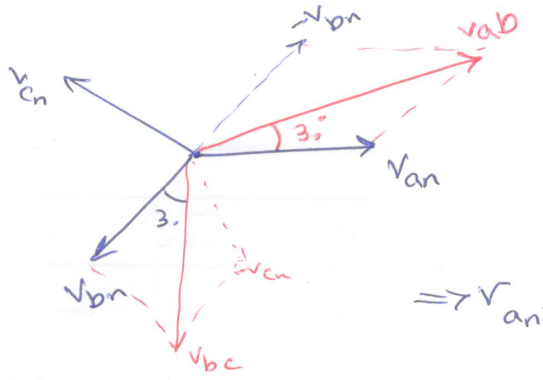
(۱)

جلسه سوم: بررسی سیستم‌های قدرت I

مدرس: عسگری

عملگر a در اتصال ستاره:

$V_{bn} = a^2 V_{an}$ $\quad V_{cn} = a V_{an}$



$V_{an} - V_{bn} = V_{an} - a^2 V_{an}$

$\Rightarrow V_{an} - V_{bn} = V_{ab} = V_{an}(1 - a^2) = V_{an} \times \sqrt{3} \angle 30°$

$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = \sqrt{3} V_{bn} \angle 30°$

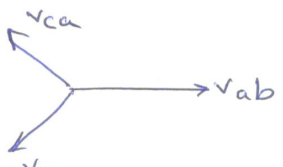
$V_{ca} = V_{cn} - V_{an} = \sqrt{3} V_{cn} \angle 30°$

$V_{an} = \dfrac{V_{ab}}{\sqrt{3} \angle 30°}$

$\begin{cases} V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} \angle 30° \\ V_{bc} = \sqrt{3} V_{an} \angle -90° \\ V_{ca} = \sqrt{3} V_{an} \angle 150° \end{cases}$

* یعنی در اتصال ستاره ولتاژ خط $\sqrt{3}$ برابر ولتاژ فاز بوده و زاویه‌ی آن نیز ۳۰° جلوتر یا عقب‌تر می‌باشد (بستگی به توالی فازها دارد)

مثال: در یک مدار سه فاز متقارن ولتاژ V_{ab} برابر با $173.2 \angle 0°$ می‌باشد ولتاژ V_{bc} و V_{ca} را بدست آورید. جریان یک بار Y با $Z_L = 10 \angle 20°$ را مشخص کنید. ترتیب فازها را abc در نظر بگیرید.



$V_{ab} = 173.2 \angle 0°$

$V_{bc} = 173.2 \angle -120°$

$V_{ca} = 173.2 \angle 120°$

$V_{an} = \dfrac{V_{ab}}{\sqrt{3} \angle 30°} = \dfrac{173.2}{\sqrt{3} \angle 30°} = 100 \angle -30°$

$V_{bn} = \dfrac{V_{bc}}{\sqrt{3} \angle 30°} = 100 \angle 210°$

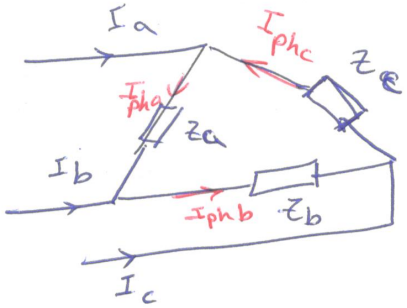
$V_{cn} = \dfrac{V_{ca}}{\sqrt{3} \angle 30°} = 100 \angle 90°$

$I_{an} = \dfrac{V_{an}}{Z_L} = \dfrac{100 \angle -30°}{10 \angle 20°} = 10 \angle -50°$

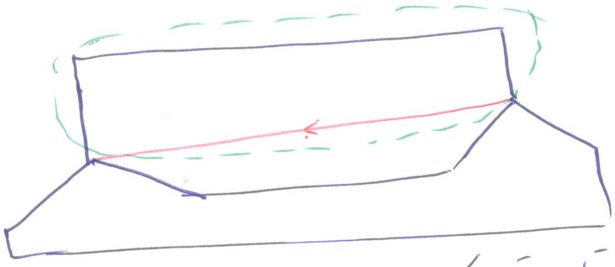
$I_{bn} = \dfrac{V_{bn}}{Z_L} = 10 \angle 190°$

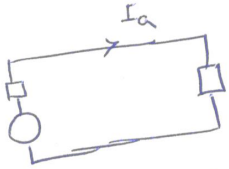
$I_{cn} = \dfrac{V_{cn}}{Z_L} = 10 \angle 70°$

تمرین: اگر مثلث a=14∠120 داشته باشیم و بار متعادل مثلث ما به صورت زیر باشد روابط بین جریان خط و جریان فاز را با استفاده از مثلث محاسبه کرده و دیاگرام فیزوری آن را رسم کنید؟ نشان دهید بین جریان خط و فاز چه اختلاف اندازه و زاویه‌ای وجود دارد؟ (توالی فازها abc)



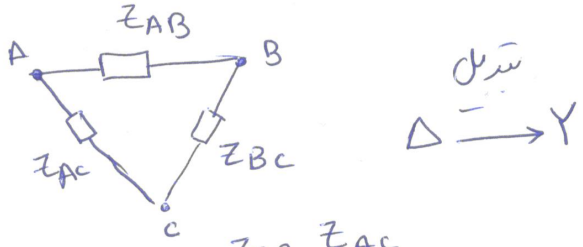
* برای تحلیل مدار سه‌فاز لازم نیست که با کل مدار سه‌فاز کار کنیم کافی است آن را به صورت تکفاز تحلیل کنیم لذا لازم است مدار معادل تکفاز آن را رسم کنیم و اگر بار به صورت مثلث باشد باید آن را به صورت ستاره تبدیل کنیم و چون جمع جریان سه‌فاز صفر می‌شود لذا بین دو نقطه خنثی منبع و بار جریانی عبور نمی‌کند. لذا مدار معادل آن را رسم می‌کنیم





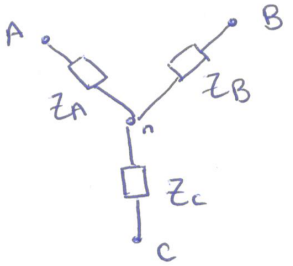
اگر منبع و یا بار دارای اتصال Δ باشد باید ابتدا آن را به صورت ستاره تبدیل کنیم.

تبدیل بارهای مثلث به ستاره و یا بالعکس



تبدیل

Δ ⟶ Y



$$Z_A = \frac{Z_{AB}\,Z_{AC}}{Z_{AB}+Z_{AC}+Z_{BC}}$$

$$Z_{\quad} \qquad Z_{BC} * Z_{AB}$$

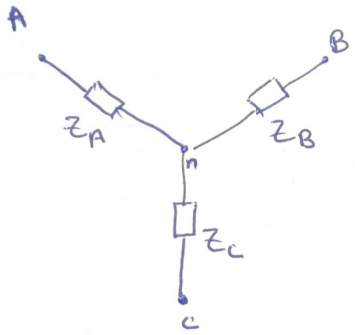
$$Z_c = \frac{Z_{BC}\,Z_{AC}}{Z_{AB}+Z_{AC}+Z_{BC}}$$

(۴)

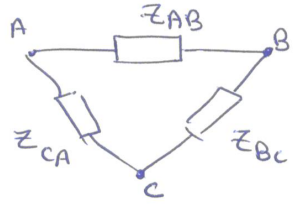
$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

اگر $Z_\Delta = Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{AC}$ در شبکه

تبدیل ستاره به مثلث



$Y \longrightarrow \Delta$



$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C}$$

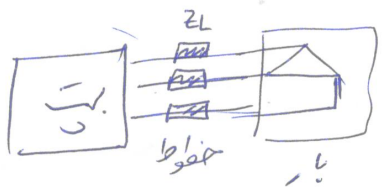
$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A}$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B}$$

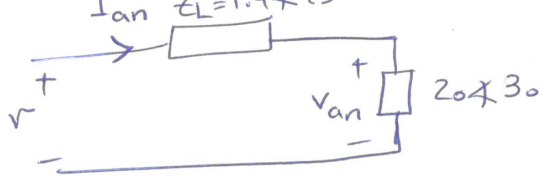
اگر $Z_Y = Z_A = Z_B = Z_C$ $\Leftarrow$

$$Z_\Delta = 3Z_Y$$

مثال: وتار خط یک بار، Δ، متصل از سرامیدانس دارای Δ برای $4{,}4\,kV$، $60\angle 30^\circ$ است هریک از خطوطی که بار را به پست متصل می‌کند $Z_L = 1{,}4\angle 75^\circ$ می‌باشد. وتار خط سه خط را در ابتدای پست بیابید.



مدار معادل تک فاز $Z_Y = Z_\Delta / 3 = \frac{60\angle 30^\circ}{3} = 20\angle 30^\circ$



$$V_{an} = \frac{4{,}4 \times 1000}{\sqrt{3}}$$

$$V_{an} = 2540$$

پس

$$V_{an} = 2540\angle 0^\circ$$

$$I_{an} = \frac{V_{an}}{20\angle 30^\circ} = \frac{2540\angle 0^\circ}{20\angle 30^\circ} = 127\angle -30^\circ \quad A$$

$$V = 1.4\angle 75 \times 127\angle -30^\circ + 2540\angle 0^\circ = 2670\angle 4^\circ \quad V$$

④ ولتاژ خط به خط $V_L = \sqrt{3} V_{ph} = \sqrt{3} \times 2670 = 4620^{V} = 4{,}62\ kV$

روابط توان در مدارهای سه فاز

$P_{3ph} = 3 |V_{ph}| |I_{ph}| \cos(\theta)$ ← اختلاف زاویه ولتاژ و جریان

در اتصال ستاره $I_{ph} = I_L$, $V_{ph} = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ $\Rightarrow P_{3ph} = 3 \times |\frac{V_L}{\sqrt{3}}| \times I_L \cos\theta = \sqrt{3}\, V_L I_L \cos\theta$

در اتصال مثلث $I_{ph} = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$, $V_{ph} = V_L$ $\Rightarrow |P_{3ph}| = 3 |V_L| \times |\frac{I_L}{\sqrt{3}}| \cos\theta = \sqrt{3}\, V_L I_L \cos\theta$

مطابق هر دو رابطه بالا متوجه شدیم که $|P_{3ph}| = \sqrt{3} |V_L||I_L| \cos\theta$ | هر اتصال مثلث و ستاره اگر ولتاژ و جریان خط را داشته باشیم این رابطه را می‌توانیم بدست آوریم. همینطور برای توان راکتیو و توان ظاهری

$|Q| = \sqrt{3} |V_L||I_L| \sin\theta$

$|S| = \sqrt{3} |V_L||I_L|$ ← رابطه کلی $S = \sqrt{3}\, V_L I_L^{*}$ ←

از این رابطه قسمت حقیقی توان راکتیو و قسمت موهومی توان راکتیو بدست می‌آید.